УДК 004.382

С.А. Поливцев
Институт проблем искусственного интеллекта МОН Украины и НАН Украины,
г. Донецк, Украина
info@iai.donetsk.ua

Сравнение методов анализа низкочастотных сигналов

В статье делается попытка сравнения метода микроанализа (МА) с широко применяемым методом анализа на основе БПФ. Для адекватности сравнения оба метода разделены на следующие составляющие: объект исследования, инструмент исследования, метод исследования. Под объектом исследования понимаются совокупности сложных сигналов, полученных с массивов сенсоров. Под инструментом исследования понимается набор операций, производимых с объектом, позволяющий разложить сложные сигналы на множества элементарных составляющих. Применение метода МА – робототехника и смежные с ней области техники.

Введение

В работах [1-4] был предложен новый метод обработки сложных сигналов низкочастотного диапазона – метод микроанализа. Слово «микроанализ» употреблялось в контексте того, что объектом анализа мог быть сигнал части наблюдаемого процесса и базовые функции (на которые производится разложение) тоже могут быть частями сложных функций. Целью введения нового метода было решение задач сравнительного анализа сигналов с массивов сенсоров, работающих в области низких частот. Предлагалось производить разложение входных сигналов на составляющие гармоник – т.н. полупериоды, для определения которых не требовалось выполнения условия непрерывности на всем интервале существования входного сигнала. Для каждого полупериода определялись несколько параметров – длительность, размах по амплитуде, время существования в общем сигнале, вид базовой гармоники полупериода. Для более подробного рассмотрения работы метода по разложению на составляющие гармоники были определены основные операции над полупериодами и их множествами.

Отдельно следует рассматривать возможность работы каждого из методов в автоматическом режиме (то есть без вмешательства человека-оператора или исследователя). Реализация этой возможности открывает возможность работы метода на борту мобильного робота. С этой точки зрения вейвлет-анализ слабо применим и не рассматривается как возможный конкурент. Главная проблема вейвлет-анализа (с точки зрения возможности автоматизации процесса) состоит в выборе инструмента, то есть в выборе базового вейвлета, с помощью которого обрабатывается входной сигнал. На настоящий момент не существует универсальных вейвлетов, дающих одинаково хорошие результаты на всех видах сигналов. Не существует общепринятых критериев выбора вейвлетов – это целиком прерогатива человека-исследователя. Кроме того, многие результаты вейвлет-анализа (частотный спектр, фазовый спектр) представляют собой сложную структуру данных, пока плохо поддающихся автоматизированному сравнению.

1 Объект исследования – сигналы с массива сенсоров

Принимается, что непрерывный аналоговый сигнал с каждого сенсора, входящего в массив, преобразуется аналого-цифровым преобразователем (АЦП) в отдельный цифровой поток данных. Метод преобразования – импульсно-кодовая модуляция (ИКМ или PCM в общепринятой аббревиатуре). Шаг времени квантования является постоянным и, по крайней мере, на один порядок меньше времени существования периода наиболее высокочастотного сигнала. Это означает, что для сигнала с частотой 4 кГц (период сигнала равен 250 мкС) частота квантования должна быть не менее 40 кГц (квант времени равен 25 мкС). Синхронизация отдельных потоков данных производится исключительно по времени и ошибка синхронизации не превышает кванта времени между двумя отсчетами АЦП. Оцифровка данных может производиться АЦП со встроенным аналоговым коммутатором, но при этом требования к шагу квантования по каждому из сигналов остаются прежними.

Точность работы АЦП – ошибка не более одного младшего значащего разряда при одном и том же источнике опорного напряжения для всех АЦП. Этим обеспечивается минимальный разброс сигналов после работы АЦП.

Цифровые потоки записываются на носитель в манере «стереосигналов», т.е. сенсоры объединены в пары по какому-то принципу и в каждом файле, отождествленном с двумя потоками сигналов, четные позиции занимают данные с одного сенсора, а нечетные – с другого. Никакого другого смысла в понятие «стереосигнал» не вкладывается – просто использован подходящий стандартный формат записи данных, для которого имеется множество готовых программ обработки, в том числе позволяющих извлекать сигналы отдельного сенсора (канала), образовывать новые «стереопары» сигналов.

Ссылки на отдельные участки сигналов и их цифровые отображения делаются либо во временном масштабе (микросекунды, или мкС), либо просто по номерам квантов.

2 Инструменты исследования сигналов в БПФ

В методе анализа с применением БПФ [1] можно выделить несколько инструментов. Это собственно прямое быстрое дискретное преобразование Фурье, с помощью которого конечная входная последовательность $x_0, x_1, x_2,\ldots,x_{N-1}$ (в общем случае комплексных) формулой вида

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{\frac{-j2\pi kn}{N}} \qquad (1)$$

или

$$X_k = Re_k + jIm_k$$

преобразуется во множество коэффициентов гармоник $X = \{X_0,\ldots,X_{N-1}\}$.

Обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ) заключается в восстановлении последовательности $x_0, x_1, x_2,\ldots,x_{N-1}$ из имеющейся последовательности $X_0, X_1, X_2,\ldots,X_{N-1}$ по формуле:

$$x_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{j2\pi kn}{N}}. \qquad (2)$$

Амплитуда A_k, частота ν_k и период T_k каждой из гармоник связаны с коэффициентами X_k формулами:

$$A_k = 1/N\times(Re^2{}_k + Im^2{}_k)^{1/2}; \quad (3)$$

$$\nu_k = \nu k; \quad (4)$$

$$T_k = T/k. \quad (5)$$

Фаза φ_k каждой гармоники определяется формулой:

$$\varphi_k = arctg\left(\frac{\mathrm{Im}_k}{\mathrm{Re}_k}\right). \quad (6)$$

Можно говорить, что (1) – (6) – это инструменты БПФ, позволяющие получить из входного множества амплитуд сигнала множество гармоник сигнала, обладающих своими характеристиками.

3 Инструменты исследования сигналов в МА

В методе МА можно выделить несколько инструментов. Это собственно разбиение входной последовательности амплитуд реального сигнала $x_{ij} = \{x_{i0}, x_{i1}, \ldots, x_{ij}, \ldots, x_{in}\}$ на восходящие и нисходящие реальные полупериоды по условиям:

$$xi(l\text{-}1) \le xi(l) \le xi(l+1),\ 0 < l < n, \quad (7)$$

$$x_{i(l-1)} > x_{i(l)} > x_{i(l+1)},\ 0 < l < n. \quad (8)$$

При этом каждый реальный полупериод x_{ij} приобретает характеристики вида образующей функции – f_{ij}(не определена на первом шаге), размаха амплитуды – dA_{ij}, длительности по шкале времени – dm_{ij}.

Метод МА предусматривает наличие базы элементарных полупериодов записанных в идее матриц вида – $M\{f_i, dA_i, dm_i\}$, где f_i – вид образующей элементарной функции, dA_i – размах амплитуды элементарного полупериода, dm_i – длительности по шкале времени элементарного полупериода.

Поиском в базе элементарных полупериодов, каждому реальному полупериоду x_{ij} ставится в соответствие элементарный полупериод

$$y_i \in M\{f_i, dA_i, dm_i\}. \quad (9)$$

Операцией вычитания амплитуд элементарного полупериода из амплитуд реального полупериода получается множество амплитуд разностного сигнала:

$$z_{ij} = x_{ij} - y_i. \quad (10)$$

Имеется численная оценка качества преобразования в виде суммы разностей амплитуд реального и элементарного полупериодов:

$$k(z_{fi}) = \sum_{j=0}^{m-1} \left| z_{fi}(j) \right|. \quad (11)$$

В результате операций (7) – (11) из множества амплитуд входного сигнала извлекается множество составляющих элементарных полупериодов, каждый из которых имеет свою амплитуду, частоту и период (они заданы в матрице $M\{f_i, dA_i, dm_i\}$). Фаза каждого полупериода определяется временем начала реального полупериода по шкале времени.

Операции (7) – (11) можно определить как один уровень декомпозиции метода МА.

Полученное множество амплитуд z_{ij} можно опять подать на «вход метода» и получить на «выходе метода» новые множества *y*, *z* и *k*. Процесс декомпозиции можно продолжить до тех пор, пока размах амплитуд реальных полупериодов не станут меньше допустимого, наперед заданного значения или пока длительности реальных полупериодов не станут меньше допустимого, наперед заданного значения.

По завершению работы метода МА будет получено множество элементарных полупериодов *Y* и, поскольку каждый *y Y* обладает характеристикой длительности, можно говорить, что *Y* – это множество гармоник сигнала, обладающих своими характеристиками.

4 Сравнение инструментов исследования

Сравнение инструментов метода БПФ и метода МА можно провести по следующим параметрам: ограничения на входной сигнал, выбор границ применимости методов, вычислительная сложность методов, представления выходных данных.

Ограничения на входной сигнал влияют на работоспособность методов в целом и возможность получения достоверных выходных данных в частности. Метод БПФ принципиально не имеет никаких ограничений ни по амплитуде, ни по частоте входного сигнала. Метод МА имеет ограничения по амплитуде и частоте входного сигнала – это связано с представлением полупериодов.

Выбор границ применимости методов связан с видом сигналов (гармонические, прямоугольные и т.п.). Метод БПФ требует определенной дополнительной обработки для негармонических сигналов и дает неверные результаты на смешанных сигналах. Метод МА целиком зависит от базы элементарных полупериодов, которая может пополняться во время его работы.

Вычислительная сложность метода БПФ обычно определяется как сложность различных реализаций алгоритма БДПФ и колеблется от $N\log_2 N$ до N^2, где N – число обрабатываемых точек. Яркий тому пример – прямая линия. Метод Фурье-анализа все равно произведет как минимум $N\log_2 N$ вычислений, а метод МА обнаружит прямую линию на первом шаге и завершит вычисления. Еще пример – сигнал одной частоты – Фурье-анализ произведет все $N\log_2 N$ вычислений, метод МА выполнит один уровень декомпозиции над всеми полупериодами в исходном сигнале. Кроме того, метод БПФ принципиально требует вычислений в формате с плавающей точкой, а для реализации метода МА достаточно операций с целыми числами. При одном и том же количестве операций (на процессоре не имеющего команд с плавающей арифметикой) метод МА будет работать примерно в 10 раз быстрее метода БПФ.

Представление выходных данных важно для хранения результатов и их последующей обработки. Метод БПФ на любом наборе данных будет всегда иметь фиксированное число коэффициентов, зависящее только от выбора сетки частот, по которым идет разложение сигнала. Метод МА принципиально дает различное число выходных данных, зависящее от сложности и длительности входного сигнала. На простом, моночастотном сигнале, метод МА будет давать меньшее число данных, чем метод БПФ, а на сложном, длительном сигнале метод МА будет давать на выходе больше данных, чем метод БПФ. При этом выходные данные обоих методов – это гармоники сигналов. Но для метода БПФ – это гармоники только периодических сигналов, а для метода МА – это гармоники любых сигналов, заложенных в базы элементарных полупериодов. С этой точки зрения метод МА является более универсальным, т.к. позволяет работать с практически любыми видами сигналов и его выходные данные могут быть представлены в терминах этих сигналов.

Важно заметить, что выходные данные метода БПФ – это гармоники непрерывных функций, а в методе МА – это гармоники любых функций, в совокупности представляющие непрерывные функции.

5 Методы исследования в БПФ

Методы исследования данных, полученных с помощью инструмента исследования, основаны на группировке полученных данных и рассмотрении характеристик изменения данных. Общепринятыми являются такие характеристики, как Фурье-спектр мощности, амплитудный Фурье-спектр, фазовый Фурье-спектр.

Фурье-спектром мощности называется последовательность:

$$P_k = \left|X_k\right|^2, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \tag{12}$$

где P_k – мощность k-й спектральной составляющей.

Амплитудным Фурье-спектром называется последовательность:

$$p_k = \sqrt{P_k}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{13}$$

Фазовый Фурье-спектр определяется из следующих выражений:

$$\begin{aligned} &\varphi_k = \left\{ arctg\left(\frac{\mathrm{Im}_k}{\mathrm{Re}_k}\right), k = \pm 1, \pm 2, \dots K \right. \\ &\varphi_k = 0, k = 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Как видно, это интегральные характеристики, относящиеся к «окну» данных, на которых была построена данная гармоника. Ввиду единственности образующей функции, амплитудный и фазовый спектры для каждого сенсора в массиве – это строки данных и, соответственно, для массива сенсоров – это квадратные матрицы.

6 Методы исследования в МА

В [2], [4] для полупериодов длительностью dm_i были определены понятия периода колебания как $T_i = 2 \times dm_i$, частоты колебания как $v_i = 1/(2 \times dm_i)$ и амплитуды колебания как $A_i = dA(x_i)$.

В соответствии с этими понятиями, для метода МА можно также можно определить спектр мощности для каждой гармоники:

$$p_k = \left\|m_k\right\|, k = 0,..K, \tag{15}$$

где k – индекс множества полупериодов одинаковой длительности;

m_k – мощность множества полупериодов данной длительности.

Выражение (15) есть не что иное, как группировка полупериодов одной длительности (или одной частоты), которую можно разместить на шкале частот. Множество группировок можно отобразить в виде графика амплитудного спектра сигнала. Поскольку метод МА имеет множество базовых функций, например, *sin*, *cos*, гиперболические, прямая и т.п., то и видов спектров можно получить столько, сколько имеется базовых функций. Соответственно можно сравнивать различные спектры для одного и того же временного «окна». Таким образом, выражение (15) – это множество наборов данных, привязанных ко времени и к базовым функциям. Это множество может быть описано в виде квадратной матрицы.

Фазовый спектр для метода МА имеет несколько другой смысл – это компонента pr_3x_i – абсолютное время начала полупериода x_i на шкале времени (или индекс захвата АЦП). Последнее означает, что метод МА дает дифференциальные характеристики для каждой гармоники и каждого полупериода данной гармоники.

Различие базовых функций порождает различие амплитудных и фазовых спектров и то, что не фиксировалось на спектрах одной базовой функции, может быть зафиксировано на спектре другой базовой функции. Свойство множественности спектров относится к каждому из сенсоров массива и, соответственно, для одного и того же временного «окна» будет получено множество квадратных матриц или, иначе, для массива сенсоров результат анализа – это кубическая матрица амплитудных спектров и кубическая матрица фазовых спектров.

7 Сравнение методов исследования

Метод исследования сигнала на основе БПФ – (12) и метод исследования сигналов на основе МА – (15) в части амплитудного спектра на одной и той же образующей функции дают примерно одинаковый результат, но метод МА не имеет «эффекта размазывания», т.к. в нем принципиально не порождаются гармоники, не имеющиеся во входном сигнале.

Точность определения фазы для гармоники в методе БПФ может быть определена только с точностью до «положения окна» + «размер окна». Минимальный размер окна для БПФ равна 256 квантов времени получения данных с АЦП. Точность определения фазы для гармоники в методе МА это ±1 квант времени получения данных с АЦП. Таким образом, метод МА дает более точный результат.

Фазовый спектр в методе БПФ – это результат вычислений и повышение разрядности АЦП и уменьшение шага квантования никак не скажутся на этих результатах. Наоборот, фазовый спектр в методе МА – это результат измерений и повышение разрядности АЦП и уменьшение шага квантования приведут к получению более точных результатов (до определенного порога, разумеется).

Результат анализа для массива сенсоров с применением БПФ – это квадратная матрица амплитудных спектров и фазовых спектров, а с применением МА – это кубическая матрица. То есть при одних и тех же исходных данных имеется существенно различное количество выходных данных.

Выводы

Метод МА имеет ряд преимуществ перед методом БПФ в случае работы с произвольными, сложными сигналами.

Первым преимуществом является большая скорость обработки сигналов.

Вторым преимуществом является точность определения амплитудного спектра сигнала – в методе МА она гораздо выше за счет работы только с гармониками (полупериодами), содержащимся в исходном сигнале, а не с заранее определенным набором гармоник, как в методе БПФ.

Третьим преимуществом является точность определения фазового спектра сигнала, которая в методе МА гораздо выше за счет привязки гармоник (полупериодов) исходного сигнала, к абсолютной шкале времени, а не ко временному «окну», как в методе БПФ.

В-четвертых, метод МА позволяет в автоматическом режиме определить вид входного сигнала и, соответственно, принять решение о способе его дальнейшей об-

работки вплоть до проброса участка входного сигнала. Это совершенно новое свойство, которого нет ни в одном другом методе анализа сигналов.

Метод МА имеет значительно более сложную структуру выходных данных, чем метод БПФ. Это можно отнести к недостаткам метода МА.

Метод МА не имеет строгой доказательной базы именно из-за принципиально неограниченного множества элементарных полупериодов. Это конечно недостаток метода. Собственно такой же недостаток и у вейвлет-анализа.

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / Сергиенко А.Б. – СПб. : Питер, 2002.
2. Поливцев С.А. Многопроцессорная система реализации бинаурального слуха с массивом микрофонов / С.А. Поливцев // Искусственный интеллект. – 2009. – № 1. – С. 293-299.
3. Поливцев С.А. Метод микроанализа сигналов / С.А. Поливцев // Искусственный интеллект. – 2009. – № 2. – С. 130-135.
4. Поливцев С.А. Система бинаурального слуха робота / С.А. Поливцев, Е.С. Цыбульник // Искусственный интеллект. – 2009. – № 4. – С. 317-321.
5. Поливцев С.А. Операции с полупериодами сигналов / С.А. Поливцев // Искусственный интеллект. – 2010. – № 1. – С. 142-146.

С.О. Полівцев

Порівняння методів аналізу низькочастотних сигналів

У статті робиться спроба порівняння методу мікроаналізу (МА) з широко вживаним методом аналізу на основі БПФ. Для адекватності порівняння обидва методи розділено на наступні складові: об’єкт дослідження, інструмент дослідження, метод дослідження. Під об’єктом дослідження розуміються сукупності складних сигналів, отриманих з масивів сенсорів. Під інструментом дослідження розуміється набір операцій, вироблюваних з об’єктом, що дозволяє розкласти складні сигнали на безліч елементарних складових. Вживання методу МА – робототехніка і суміжні з нею області техніки.

S.A. Polivtsev

Comparison of methods of the analysis of low-frequency signals

In article attempt of comparison of a method of the microanalysis (MA) with widely applied method of the analysis on the basis of FFT becomes. For adequacy of comparison, both methods are divided into following components: object of research, the research tool, a research method. The object of research is understood as sets of difficult signals of the sensor controls received from files. The research tool is understood as a set of the operations made with object, allowing, to spread out difficult signals to sets of elementary components. Application of method MA - a robotics and adjacent with it of technics area.

Статья поступила в редакцию 25.02.2010.